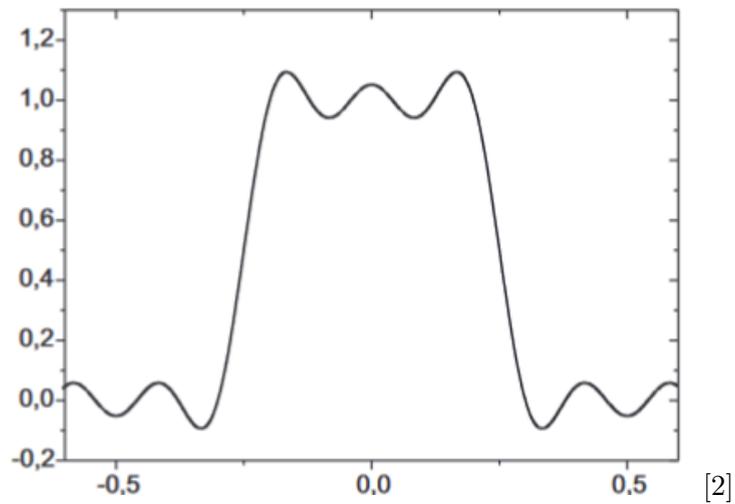


# Versuch 233 - Fourieroptik

## PAP 2.1, [1]

18.11.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 4

Kurs: Montags

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Messverfahren . . . . .	1
1.3	Grundlagen aus der Physik . . . . .	1
1.3.1	Fraunhofer-Beugung am Einzelspalt . . . . .	1
1.3.2	Fourier-Transformationsdarstellung . . . . .	2
1.3.3	Fraunhofer-Beugung am Doppelspalt . . . . .	2
1.3.4	Manipulation der Fourier-Ebene . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Messprotokol . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Vergleich der Lage der Maxima . . . . .	6
3.2	Eichung der Abszisse . . . . .	6
3.3	Bestimmung der Spaltbreite . . . . .	7
3.4	Intensitäten . . . . .	8
3.5	Doppelspalt . . . . .	8
3.6	Objektbilder des Spaltes . . . . .	10
3.6.1	0tes Max zugelassen . . . . .	10
3.6.2	0+1 Max zugelassen . . . . .	11
3.6.3	0+1+2 Max zugelassen . . . . .	12
3.6.4	0+1+2+3 Max zugelassen . . . . .	12
3.6.5	Alle Max zugelassen . . . . .	12
3.7	Intensitäts in der Mitte . . . . .	13
3.8	Doppelspalt Beugungsbild . . . . .	14
3.8.1	Fall a) . . . . .	14
3.8.2	Fal b) . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>16</b>
	<b>Quellen- und Literaturverzeichnis</b>	<b>25</b>

# 1. Einleitung

## 1.1 Motivation

Ziel dieses Experiments ist es, das Verständnis der optischen Abbildung durch die Untersuchung von Beugungsmustern und deren Einfluss auf die Entstehung eines Bildes zu vertiefen. Beugung ist ein wichtiger Prozess in der Optik, der auftritt, wenn Licht auf eine Art Hindernis oder eine Blende trifft. Durch die Untersuchung der Beugungsmuster, die von verschiedenen Objekten wie Einzelspalten, Doppelspalten und Gittern erzeugt werden, und durch die Manipulation der Fourier-Ebene lernen wir, wie verschiedene Beugungsordnungen zur Bildbildung beitragen. Dieses Experiment verbindet theoretische Analyse und experimentelle Validierung.

## 1.2 Messverfahren

Der Versuchsaufbau besteht aus einer kohärenten Lichtquelle, 532-nm-Laser, die verschiedene Beugungsobjekte wie einstellbare Spaltöffnungen, Doppelspalte und Gitter beleuchtet. Zu den wichtigsten Komponenten gehören Linsen zur Fokussierung des Lichts, ein Strahlteiler und Filter zur Intensitätseinstellung. Zur Aufnahme der Beugungs- und Objektbilder wird eine CMOS-Kamera eingesetzt. Die Messungen laufen wie folgt ab:

- Ausrichten des optischen Aufbau mit einer präzisen Einstellung des Spalts oder Gitters im Laserstrahl.
- Verwenden der Linsen, um das Beugungsmuster in die Fourier-Ebene zu fokussieren, wo Beugungsordnungen mit einem Analysespalt oder einer Modenblende selektiv zugelassen oder blockiert werden können.
- Die resultierenden Muster und Objektbilder werden zur Analyse mit der CMOS-Kamera aufgenommen.

Bei den Messungen wird die Intensitätsverteilung der Beugungsmuster aufgezeichnet und mit theoretischen Vorhersagen verglichen, die aus Fourier-Integralen abgeleitet werden.

## 1.3 Grundlagen aus der Physik

Das Verständnis dieses Experiments beruht auf den Prinzipien der Beugung und der Fourier-Optik. Insbesondere wird das Fraunhofer-Beugungsregime genutzt, um zu analysieren, wie sich Licht beim Durchgang durch Blenden wie Schlitze und Gitter verhält. Der Zusammenhang zwischen der Blende und ihrem Beugungsmuster wird mathematisch durch Fourier-Transformationen beschrieben.

### 1.3.1 Fraunhofer-Beugung am Einzelspalt

Wenn monochromatisches Licht der Wellenlänge  $\lambda$  durch einen Spalt der Breite  $d$  fällt, entspricht das in der Fourier-Ebene beobachtete Beugungsmuster der Fourier-Transformation der Öffnungsfunktion. Die Amplitude des elektrischen Feldes im Fernfeld ist gegeben durch:

$$E_{\infty}(\alpha) = E_0 e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin(\pi d \sin \alpha / \lambda)}{\pi \sin \alpha / \lambda}. \quad (1.1)$$

Dabei ist:

- $E_0$ : die Amplitude der einfallenden Welle,
- $k = 2\pi/\lambda$ : der Wellenvektor,
- $\alpha$ : der Beugungswinkel,
- $R$ : der Abstand zur Beobachtungsebene,
- $d$ : die Spaltbreite.

Die entsprechende Intensitätsverteilung ist:

$$I_\infty(\alpha) \propto \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2, \quad \text{wobei } x = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (1.2)$$

Die Nullstellen der Intensität treten bei  $x = n\pi$  ( $n \neq 0$ ) auf, was die Winkelpositionen der Minima angibt:

$$\sin \alpha_n = n \frac{\lambda}{d}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.3)$$

Diese Beziehung wird verwendet, um die Spaltbreite  $d$  aus den Positionen der Minima zu berechnen.

### 1.3.2 Fourier-Transformationsdarstellung

Die Amplitude des elektrischen Feldes  $E_\infty(\alpha)$  kann auch als Fourier-Transformierte der Öffnungsfunktion  $f(y)$  ausgedrückt werden:

$$E_\infty(\alpha) = F(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{-ik_y y} dy, \quad (1.4)$$

wobei  $k_y = k \sin \alpha$ . Für einen einzelnen Spalt mit gleichmäßiger Transmission  $f(y) = 1$  für  $|y| \leq d/2$  vereinfacht sich dieses Integral zu:

$$F(k_y) = \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y/2}, \quad (1.5)$$

und die entsprechende Intensität ist:

$$I(k_y) \propto \left[ \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \right]^2 \quad (1.6)$$

Die Breite  $d$  des Spaltes kann durchs fitten der gemessenen Intensitätsverteilung an diese theoretische Vorhersage bestimmt werden.

### 1.3.3 Fraunhofer-Beugung am Doppelspalt

Bei einem Doppelspalt mit Spaltbreite  $d$  und Spaltabstand  $g$  ist die Spaltfunktion eine Summe aus zwei verschobenen Einzelspaltfunktionen:

$$f(y) = \begin{cases} 1, & |y \pm g/2| \leq d/2, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1.7)$$

Die Fourier-Transformation dieser Spaltfunktion ergibt:

$$F(k_y) = 2 \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right) \cdot \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2}. \quad (1.8)$$

Die Intensitätsverteilung ist gegeben durch:

$$I(k_y) \propto \cos^2\left(\frac{\pi g \sin \alpha}{\lambda}\right) \cdot \left[\frac{\sin(\pi d \sin \alpha / \lambda)}{\pi d \sin \alpha / \lambda}\right]^2. \quad (1.9)$$

Das Doppelspalt-Beugungsmuster weist eine Modulation auf, die durch die Interferenz des Lichts aus den beiden Spaltöffnungen verursacht wird und sich mit der Einhüllenden des Einzelspalt-Beugungsmusters überlagert.

### 1.3.4 Manipulation der Fourier-Ebene

Um die Auswirkungen der Beugungsordnungen auf das Bild zu untersuchen, kann die Fourier-Ebene mit Hilfe eines Analysespalt selektiv manipuliert werden. Durch die Blockierung höherer Ordnungen wird die effektive Spaltfunktion zu:

$$f_{\text{modified}}(y) = \frac{d}{\pi} \int_{-k_y, n}^{k_y, n} \frac{\sin(k_y d / 2)}{k_y d / 2} \cos(k_y y) dk_y, \quad (1.10)$$

wobei  $k_y, n$  dem Grenzwellenvektor entspricht, der durch die maximal zulässige Beugungsordnung  $n$  definiert ist. Dies ermöglicht die Analyse der Bildauflösung und der Beugungseffekte in Abhängigkeit von den enthaltenen Fourier-Komponenten.

Um Pixelmessungen der CMOS-Kamera mit Einheiten zu verbinden, kann die Position der Beugungsminima zur Kalibrierung verwendet werden. Verwendung der Winkelpositionen der Minima für einen einzelnen Spalt:

$$y_{\text{pixel}} = \frac{m\lambda}{d} f, \quad (1.11)$$

## 2. Durchführung

### 2.1 Messprotokoll

#### Messprotokoll

Aufgabe 1:

Drehen des Objekts: Körper dreht sich in die selbe richtung wie Bild und Interferenzmuster

Öffnen des Beugers: Interferenz: es sind mehr Maxima zu sehen  
Bild wird heller und unschärfer

Schließen des Beugers: Interferenz Maxima werden weniger  
Bild wird schärfer und dunkler, bei sehr kleinem abstand wird diese selbst zum einzeispalt und interferiert dann



Öffnen des Objekts: keine Interferenz  
Bild wird breiter und schärfer (sieht strahl selbst)

Modenblende: 0 maxima wird ausgebildet  
Bild wird gespitzt

größe Bildschirm	spaltabstand
$(600 \pm 5)$ pixel	$(12 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$(525 \pm 5)$ pixel	$(24 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$(450 \pm 5)$ pixel	$(36 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$(381 \pm 5)$ pixel	$(49 \pm 0,1) \mu\text{m}$
$(308 \pm 5)$ pixel	$(63 \pm 0,1) \mu\text{m}$

Aufgabe 3.1. screenshots

0 Punkt der Analysespalt ist bei  $-0,1 \text{ mm}$

	Maximum 1 links (I)	1. Minimum links (II)	Maximum 1 rechts (III)	1. Minimum rechts (IV)	$\Delta \text{ pixel}$
x	$0,214 \cdot 10^3$	0,154	0,290 Kpixel	0,344 KP	$\pm 5$
Intensität	286,5	4,5	286,5	3,5	$\Delta I = 0,5$

Aufgabe 4

	spaltgröße	$\Delta b$	breite
Maximum 0	0,00435 mm	0,0001	102,1 KP
Maximum 1	0,0056 mm		
Maximum 2	0,0113 mm		
Maximum 3	0,015 mm		

Nr 5)  $f = 80 \text{ mm}$   $b = 37,3 \text{ cm} \pm 0,2 \text{ cm} \Rightarrow g = 10,18 \text{ cm}$   
 spaltbreite: 844 Pixel  $\pm 5$

$\Rightarrow 0,00079 \text{ m} = 0,79 \text{ mm} = G$

einzel spaltbreite  
 270 Pixel und 222 Pixel  $\Delta P = 5 \text{ pixel}$

$\Rightarrow 0,25 \text{ mm}$  und  $0,21 \text{ mm}$

2 Gaußkurven : öffnung  $x = (0,04 \pm 0,01) \text{ mm}$

1 Plato : öffnung :  $x \ll 0,01 \text{ mm}$

### 3. Auswertung

#### 3.1 Vergleich der Lage der Maxima

Die Messungen ergeben ein schönes Abbild der theoretischen Vorhersagen. Die Lage der Minima und Maxima entspricht denen der sinc Funktion, bis auf einen realen Skalierungsfaktor natürlich.

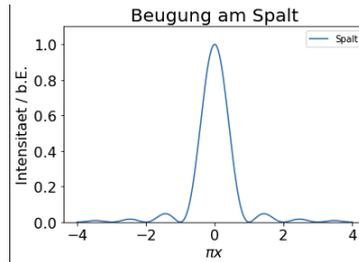


Abbildung 3.1: Theorie der Beugungsintensitäten

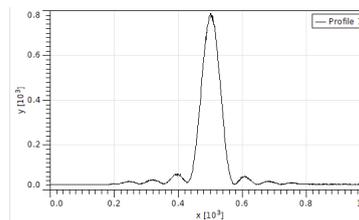


Abbildung 3.2: Gemessenen Intensitäten

#### 3.2 Eichung der Abszisse

Um die Abszisse zu Eichen plotten wir den Öffnungszustand des Analysepalts, angegeben in mm, als Funktion der Pixel, bei denen ein Minima gerade so auftrat. Es ergibt sich eine Gerade, wie sie in Abbildung 3.3 zu sehen ist. Die Steigung dieser Gerade gibt uns an, wie viel Meter 1 px in der Realität entsprechen. Wir erhalten dabei.

$$h = (-0.0017 \pm 0,0003)\text{mm/pixel}$$

Dabei wurde der Fehler sinnvoll abgeschätzt im Betracht der von dem fitt gestreuten Werte.

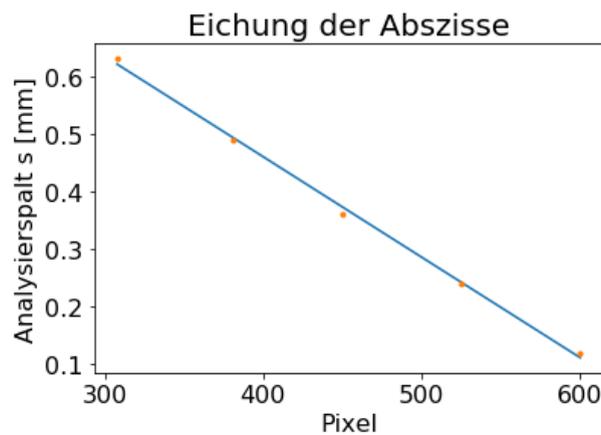


Abbildung 3.3: Eichung der Abszisse

### 3.3 Bestimmung der Spaltbreite

Zunächst plotten wir die gemessenen Positionen der Minima als Funktion ihrer Ordnung: Für

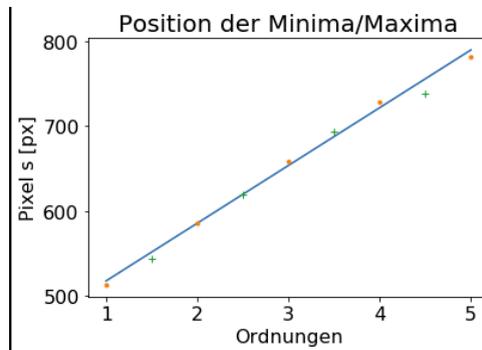


Abbildung 3.4: Position der Minima und Maxima

höhere Ordnungen erkennt man eine Abweichung der Linearität, welche aber, zumindest hier, auf die Messungenauigkeiten des Aufbaus zurückzuführen sind.

Die Maxima wurden hier für exakte Werte für  $n$  (Ordnungen) abgetragen. Man erkennt, dass einige Maximas von der Geraden abweichen, und demnach ein gemessenes anderes  $n$  hätten. Betrachtet man jedoch die Messfehler bei den Minima als auch die des ganzen Aufbaus, so stellt dies keine signifikante Abweichung da und kann vernachlässigt werden.

Es ergibt sich eine Steigung  $m$  des linearen Fits von:

$$m = (68,1 \pm 0,5) \text{ mm/pixel}$$

Hierbei wurde der Fehler sinnvoll geschätzt, da die Ableseungenauigkeit der Pixeldaten bei mehreren Pixel liegt.

Aus der Formel 1.3 können wir eine Formel für  $d$  herleiten. Schreibt man weiter um:

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \alpha} \quad (3.1)$$

Wobei man den  $\sin \alpha$  nähern kann, als  $\sin \alpha = \frac{D}{f}$ , dabei ist  $D$  der Abstand in der Fourier ebene und  $f$  die Brennweite der Linse.

Es folgt also:

$$d = \frac{mf\lambda}{h} \quad (3.2)$$

Wobei  $m = \frac{n}{D}$  die gemessene Steigung der gefitteten Steigung. Der Faktor  $h$  ist der zuvor errechnete Eichungsfaktor, da die Steigung ja in mm/px angegeben wird. Dabei wird ein Fehler berechnet von:

$$\Delta d^2 = \left( \frac{fm}{h} \Delta \lambda \right)^2 + \left( \frac{f\lambda}{h} \Delta m \right)^2 + \left( \frac{-f\lambda m}{h^2} \Delta h \right)^2 \quad (3.3)$$

Die Brennweite der Linse wird als exakt angenommen und die Wellenlänge des Lasers abgeschätzt mit  $\pm 1 \text{ nm}$

Es ergibt sich:

$$d = (1,7 \pm 0,13) \text{ mm}$$

### 3.4 Intensitäten

Zunächst extrahieren wir die absoluten Werte aus dem Intensitätsprofil, mithilfe der Cousorfunktion und erhalten:

Ordnung	Intensität
0	(910 ± 10) Counts
1	(133 ± 9) Counts
2	(106 ± 5) Counts
3	(98 ± 5) Counts

**Tabelle 3.1:** Absolute Intens. Werte

Hierraus ergeben sich relativwerte zum Maximum von:

Ordnung	rel. Intensität
0	100
1	14,6 ± 1
2	11,6 ± 0,5
3	10,8 ± 0,5

**Tabelle 3.2:** Relative Intensitäten

Dabei wurde gerechnet:

$$I_{rel} = \frac{I_n}{I_0} \cdot 100 \quad (3.4)$$

mit dem Fehler:

$$\Delta I_{rel}^2 = \left( \frac{100}{I_0} \Delta I_n \right)^2 + \left( \frac{-100 I_n}{I_0^2} \Delta I_0 \right)^2 \quad (3.5)$$

Mithilfe der Numpy Funktion Findpeak, können wir die Maxima der theoretischen Verteilung finden und qualitativ angeben und erhalten analog wie bei den Messdaten: Dabei erkennt man,

Ordnung	Intensität
0	100
1	7,8 ± 0,2
2	4,9 ± 0,1
3	4,0 ± 0,1

**Tabelle 3.3:** Absolute Intens. Werte – Theorie

dass die relativen Intensitäten deutlich von den theoretisch zu erwartenden Abweichen.

### 3.5 Doppelspalt

Mithilfe der Linsgleichungen konnten wir die Spaltbreite des Doppelspaltess bestimmen als:

$$g_1 = (0,210 \pm 0,013) \text{ mm und } (0,250 \pm 0,012) \text{ mm}$$

Und einen Spaltabstand von:

$$d = (0,56 \pm 0,3) \text{ mm}$$

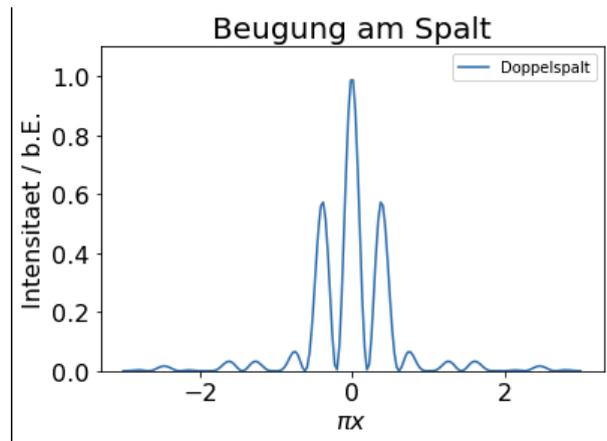


Abbildung 3.5: Theoretische Intensitätsverteilung des Doppelspalts

Mit diesen Werten lässt sich ein Bild der theoretischen Intensitätsverteilung plotten, diese sieht wie folgt aus:

Im weiteren kann man erkennen, welche Minima von der Spaltfunktion und welche von der Gitterfunktion stammen:

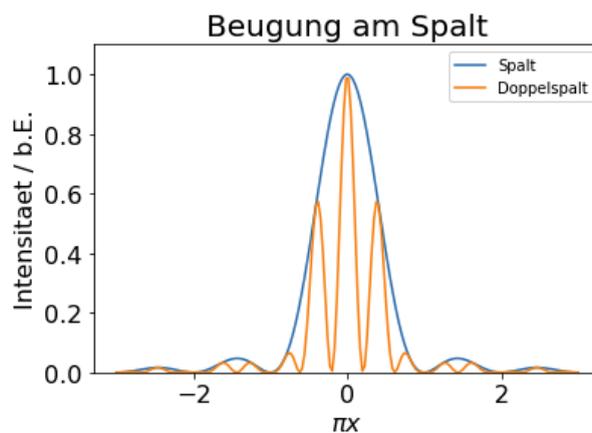


Abbildung 3.6: Spaltfunktion als Einhüllende über der Gitterfunktion

Mithilfe der Peakfinder Funktion können wir die Peaks finden und deren rel. Intensität bestimmen.

Ordnung	rel. Intensität
Hauptmaximum	100
1 NM	$55,8 \pm 0,1$
2 NM	$6,8 \pm 0,2$

Tabelle 3.4: rel. Intensitätsverteilung Doppelspalt

Bestimmen wir die Peaks der gemessenen Kurve mithilfe von Gwyddion, erhalten wir (bereits zu relativen Werten umgerechnet):

Ordnung	rel. Intensität
Hauptmaximum	100
1NM	$58,7 \pm 0,3$
2NM	$6,5 \pm 0,1$

**Tabelle 3.5:** Rel. Intensitäten Doppelsaplt Gemessen

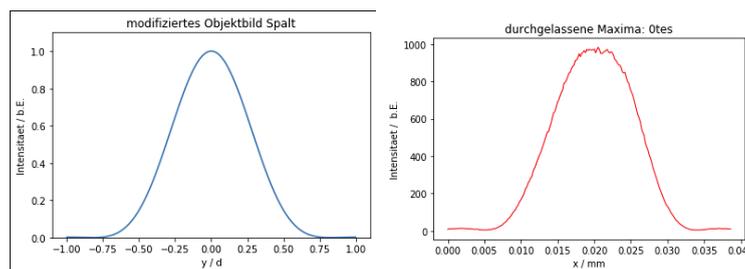
Wir erkennen, dass es nur leichte Abweichungen von der Theorie gibt, gerade im Vergleich mit der Verteilung des Einzelspalt.

Die Fehler der rel. Intensitäten wurden hierbei sinnvoll abgeschätzt im Bezug auf die Ungenauigkeit des Ablesens der Peaks.

### 3.6 Objektbilder des Spaltes

#### 3.6.1 0tes Max zugelassen

Bei dem Abschneiden von allen Maxima bis auf das Hauptmaxima ergeben sich folgende theoretische und praktische Verläufe:



**Abbildung 3.7:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe (0)tes Max

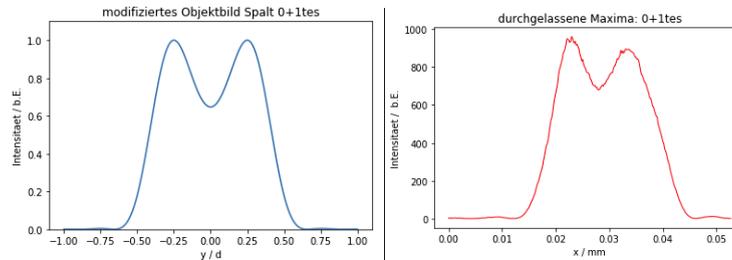
Man erkennt hierbei einen starken Zusammenhang der Theorie und der tatsächlich gemessenen Werte.

Da wir auf das Maximum der 0ten Beugungsbildes normieren wollen, lesen wir aus dem Python skript dessen Maximal Intensität ab und erhalten:

$$I_{max} = 982.8 \text{ Counts}$$

### 3.6.2 0+1 Max zugelassen

Weiter noch lässt man nun noch das erste Max hinzu, so ergibt sich:



**Abbildung 3.8:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe (0+1)tes Max

Wie man erkennen kann sind die Wiggles an der gleichen Stelle, lediglich die Peaks links und rechts sind nicht symmetrisch in ihrer Intensität, welches sich aber durch die Ungenauigkeiten des Versuchsaufbaues erklären lässt. Desweiteren fällt auf, dass die Peaks in der Theorie eine höhere Intensität haben und das Minimum der Wiggles deutlich tiefer liegt als bei den gemessenen Werten.

Normiert auf das Maximum des 0.ten Beugungsordnungsbild ergibt sich folgende Tabelle, dabei werden die Maxima und Minima jeweils von links nach rechts aufgezählt:

	Theorie	Messwerte
Maxima links	100%	(97,6 ± 0,4)%
Minima dazwischen	65 %	(69,0 ± 0,3) %
Maxima rechts	100 %	(91,0 ± 0,3) %

**Tabelle 3.6:** Vergleich der Intensitäten

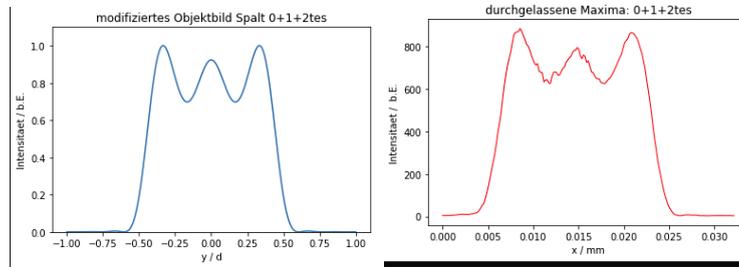
Dabei setzt sich der Fehler aus dem Fehler der Peakfindfunktion des Normierungsmaximum und des anzugebenden Maximums zusammen.

$$\Delta\% = \sqrt{\left(\frac{100}{I_n} \Delta I_i\right)^2 + \left(\frac{-100 I_i}{I_n^2} \Delta I_n\right)^2}$$

Dabei ist  $I_n$  die Intensität des Maximums des 0ten Beugungsbildes und  $I_i$  die jeweilige Intensität des angegebenen Maximas/Minimas.

### 3.6.3 0+1+2 Max zugelassen

Weiter noch lässt man nun noch das erste und das zweite Max hinzu, so ergibt sich:



**Abbildung 3.9:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe (0+1+2)tes Max

Hier stimmt auch die Anzahl der Wiggles mit denen der Theorie überein, und wieder sind die jeweiligen Intensitätsunterschiede der "Wiggleminima" den "Wigglemaxima" nicht ganz kohärent zu der theoretischen Vorhersage.

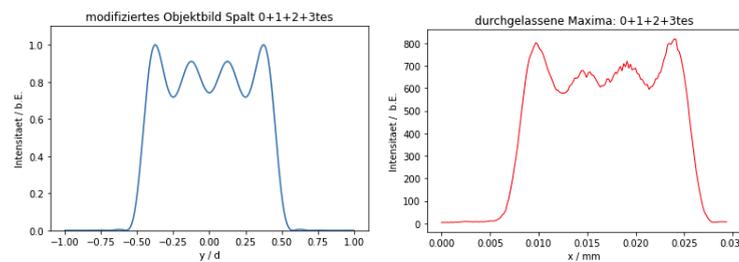
Normiert auf das Maximum des 0.ten Beugungsordnungsbild ergibt sich folgende Tabelle, dabei werden die Maxima und Minima jeweils von links nach rechts aufgezählt:

	Theorie	Messwerte
Maxima links	100 %	(90,0 ± 0,3)%
Minima dazwischen links	69,7 %	(63,6 ± 0,3) %
Maxima mitte	92,3 %	(80,9 ± 0,4)%
Minima dazwischen rechts	69,7 %	(63,6 ± 0,3) %
Maxima rechts	100%	(88,0 ± 0,4)%

**Tabelle 3.7:** Vergleich der Intensitäten

### 3.6.4 0+1+2+3 Max zugelassen

Weiter noch lässt man nun noch das erste, das zweite und das dritte Max hinzu, so ergibt sich:

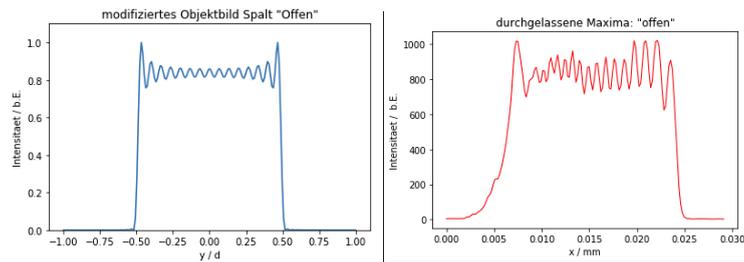


**Abbildung 3.10:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe (0+1+2+3)tes Max

Auch hier stimmen Anzahl und position der Wiggles und wieder entsprechen die Intensitätsverteilungen nicht ganz der Theorie

### 3.6.5 Alle Max zugelassen

Wenn wir alle "Maxima" zulassen, indem wir den Analysespalt ganz öffnen, dann ergeben sich folgende Bilder:



**Abbildung 3.11:** Intensitäten der theoretischen (15maxs) (links) und praktischen (rechts) Verläufe alle Maxs

Für die Theorie haben wir hier mit 15 Maximas gerechnet, als Integrationsgrenze, welches eine gute Approximation an das Bild zulässt, welches wir erhalten wenn wir den Analysespalt komplett auflassen. Hier ist eine starke Abweichung zur Theorie zu erkennen, da die Kanten bei den gemessenen Werten nicht so sauber steigen, wie in der Theorie. Jener Sachverhalt lässt sich allerdings wieder als Ungenauigkeit im Versuchsaufbau erklären.

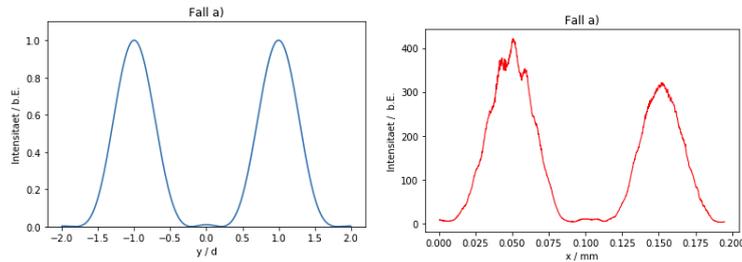
### 3.7 Intensitäts in der Mitte

Bei der 0ten Beugungsbild könnte man erwarten, dass die Intensität in der Mitte gering ist, da der Spalt weit geschlossen ist. Tatsächlich nimmt die Intensität in der Mitte jedoch mit steigendem  $n$  asymptotisch ab, weil höhere Ordnungen die Kanten des Beugungsbildes schärfer machen und dadurch die Intensität links und rechts erhöhen. Dies geschieht durch die Fouriersynthese: Jede hinzukommende Sinusschwingung hat links und rechts ein Maximum, was aufgrund der Periodizität ein Minimum in der Mitte erzeugt.

### 3.8 Doppelspalt Beugungsbild

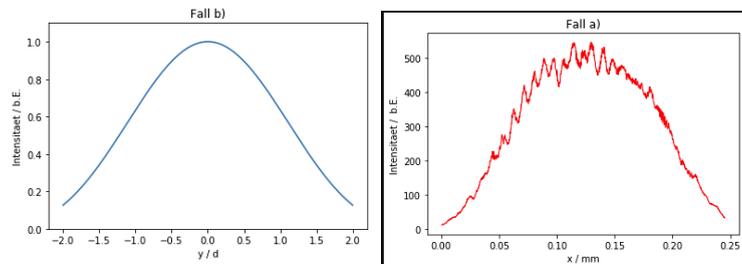
Wie in der vorherigen Auswertung wurden mit Python theoretische Plots der Intensitätsverteilung für die Verschiedenen Fälle berechnet. Jene sind ich Blau dargestellt, die Messdaten in Rot.

#### 3.8.1 Fall a)



**Abbildung 3.12:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe im Fall a)

#### 3.8.2 Fal b)



**Abbildung 3.13:** Intensitäten der theoretischen (links) und praktischen (rechts) Verläufe im Fall b)

Wie sich in beiden Fällen erkennen lässt ist die Lage und die Form der Kurve innerhalb der Messfehler nahezu ident. Nur in der jeweiligen Maximalen Intensität bleiben die Messdaten hinter den theoretischen zurück und erreichen knapp nur die Hälfte.

Der experimentell bestimmte Integrationswert  $k_y$  für diese Kurve beträgt:

$$k_y = 0,27 \pm 0,02$$

## 4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment untersuchten wir die Prinzipien der Fourieroptik und konzentrierten uns dabei auf Beugungsmuster, die von Einzel- und Doppelspalten von einem 532-nm Laser gebildet werden. Das Hauptziel bestand darin, die experimentell gemessenen Intensitätsverteilungen zu analysieren und mit den theoretischen Vorhersagen zu vergleichen, die aus Fourier-Transformationen abgeleitet wurden. Es wurden verschiedene Konfigurationen von Spaltöffnungen und die entsprechenden Beugungsmuster untersucht, und die Fourier-Ebene wurde manipuliert, um die Auswirkungen auf das Objektbild zu beobachten. Durch genaue Kalibrierung der Pixel-zu-Millimeter-Verhältnisse wurden die Beugungsmaxima und -minima vermessen und die Spaltbreite berechnet.

Wir haben Ergebnisse erzielt, die weitestgehend mit den theoretischen Modellen übereinstimmen, abgesehen von bestimmten Abweichungen bei den Intensitätsverteilungen und den abgeleiteten Werten. Vor allem die berechnete Spaltbreite  $d=1,7\text{mm}$  weist eine erhebliche Diskrepanz auf, die wahrscheinlich auf mehrere Fehlerquellen zurückzuführen ist. Ein wahrscheinliches Problem ist eine systematische Fehlausrichtung des Versuchsaufbaus, einschließlich des Lasers, der Linsen oder des Spalthalters, was zu Fehlern bei den Winkelmessungen und der Entfernungskalibrierung führen könnte. Auch Messfehler bei der Pixelkalibrierung oder Ungenauigkeiten bei der Interpretation von Minimalpositionen können dazu beitragen.

Trotz dieser Abweichungen war das Experiment ein Erfolg bei der Validierung der allgemeinen Grundsätze der Fourieroptik. Es zeigte die theoretische Übereinstimmung von Beugungsmustern und Fourier-Transformationen bei der Beschreibung der Lichtausbreitung durch Blenden. Die beobachteten Abweichungen machen deutlich, wie wichtig die Präzision bei optischen Experimenten ist.

## 5. Anhang

```

%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

#Beugungsfunktion Spalt
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2

```

---

```

#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=3
#Verhaeltnis Spaltabstand zu Spaltbreite:
v=2
x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')
#plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label='Doppelspalt')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('Beugung am Spalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()

```

---

```

# Messwerte plotten
#Messwerte, s: Position Analysierspalt
pixel = np.array([308,381,450,525,600])
s = np.array([0.63,0.49,0.36,0.24,0.12])
#Gerade anfitten
def linear(x,a,b):
    return a*x+b
popt, pcov = curve_fit(linear, pixel, s)
plt.plot(pixel, linear(pixel, *popt))
#plotten
plt.plot(pixel,s, linestyle='None', marker='.')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Analysierspalt s [mm]')
plt.title('Eichung der Abszisse')
print("Steigung:" ,popt[0], " mm/pixel")

```

---

```

pix, intensity = np.loadtxt('data/aufgabe2_text_selbst',skiprows=3, unpack=True)

```

```

#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen
x = pix * (-popt[0])
# Daten plotten
plt.plot(x,intensity , color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('Abb. 1: Fraunhofer Beugung am Spalt ')
#plt.savefig("FraunhoferBeug1.eps", format="eps")

```

---

```

#Fitfunktion definieren
def fitFunc(x, a, scale, off, ug):
    return a*(np.sin(scale*(x-off))/(scale*(x-off)))**2 +ug
# Funktion anfitten
init_vals = [1000, 15, 1, 10]
fitParams, fitCovariances = curve_fit(fitFunc, x, intensity,
p0=init_vals, maxfev=8000)
print(fitParams)
# Messung und Fit plotten
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False, labelszize=16, titlesize = 20)
plt.rc('xtick', labelszize=16)
plt.rc('ytick', labelszize=16)
plt.plot(x, fitFunc(x, *fitParams), label= "Theorie")
plt.plot(x[:,8], intensity[:,8], color='red', linestyle='None',
marker='.', label= "Messung")
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('Fraunhofer Beugung')
plt.legend(loc='best',prop={'size ':20})

```

---

```

#Plot der Residuen (Theorie-Messung)
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False, labelszize=16, titlesize = 20)
plt.rc('xtick', labelszize=16)
plt.rc('ytick', labelszize=16)
plt.plot(x, (fitFunc(x, *fitParams)-intensity),
label= "Residuen: Theorie - Messung")
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Residuen ')
plt.title('Fraunhofer Beugung')
plt.legend(loc='best',prop={'size ':20})

```

---

---

```

from scipy.signal import find_peaks

#Fitfunktion definieren
def fitFunc(x, a, scale, off, ug):
    return a*(np.sin(scale*(x-off))/(scale*(x-off)))**2 +ug

# Funktion anfitten
init_vals = [1000, 15, 0.8, 10]
fitParams, fitCovariances = curve_fit(fitFunc, x, intensity, p0=init_vals, maxfev=10000)
print(fitParams)

#y = fitFunc(x, *fitParams) # y-Werte der Beugungsfunktion
#peaks, _ = find_peaks(y) # Indizes der Maxima
#x_peaks = x[peaks] # x-Werte der Maxima
#y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
#print(y_peaks)

# Messung und Fit plotten
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False, labelszize=16, titlesize = 20)
plt.rc('xtick', labelszize=16)
plt.rc('ytick', labelszize=16)
plt.plot(x, fitFunc(x, *fitParams), label= "Theorie")
plt.plot(x[::8], intensity[::8], color='red', linestyle='None', marker='.', label= "Messung")
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E.')
plt.title('Fraunhofer Beugung')
plt.legend(loc='best', prop={'size ':20})



---


%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.signal import find_peaks

# Beugungsfunktion Spalt
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2

# Parameter

```

```

a = 3 # Anzahl der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen
x = np.linspace(-(a + 1), a + 1, 200) # x-Werte
y = beugung_spalt(x) # y-Werte der Beugungsfunktion

# Maxima finden
peaks, _ = find_peaks(y) # Indizes der Maxima
x_peaks = x[peaks] # x-Werte der Maxima
y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima

# Plot
plt.plot(x, y, label='Spalt')
plt.scatter(x_peaks, y_peaks, color='red', label='Maxima', zorder=5)
# Maxima markieren
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensit t / b.E. ')
plt.title('Beugung am Spalt')
plt.ylim((0, 1.1))
plt.legend()
plt.show()

# Maxima ausgeben
print("Positionen der Maxima (x):", x_peaks)
print("Werte der Maxima (y):", y_peaks)

```

---

```

def beugung_doppelspalt(x):
    return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi*v*x)**2
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2
#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=2
#Verhaeltnis Spaltabstand zu Spaltbreite:-- siehe
g=56

d=23

v=g/d

y = beugung_doppelspalt(x) # y-Werte der Beugungsfunktion

# Maxima finden
peaks, _ = find_peaks(y) # Indizes der Maxima
x_peaks = x[peaks] # x-Werte der Maxima

```

```

y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
plt.plot(x_peaks, y_peaks, label='peaks', linestyle='None',
marker='+' )
x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.plot(x, beugung_spalt(x), label='Spalt ')
plt.plot(x, beugung_doppelspalt(x), label='Doppelspalt ')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E. ')
plt.title('Beugung am Spalt ')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
#plt.savefig("figures/Beugung_spalt_doppelspalt.pdf", format="pdf")
print(y_peaks)

```

---

```

pix, intensity = np.loadtxt('data/aufgabe3_selbst', skiprows=3, unpack=True)
#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen
x = pix * (-popt[0])
# Daten plotten
plt.plot(x,intensity, color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('Abb. 1: Fraunhofer Beugung am Spalt ')

```

---

```

def beugung_spalt(x, scale , off):
    return np.sinc(scale*(x-off))**2

```

```

#Fitfunktion definieren
def fitFunc2(x, a, scale , off , ug ,v):
    return a*((np.sinc(scale*(x-off)))**2 ) *np.cos( (scale*(x-off))*v*np.pi)**2
# Funktion anfitten
init_vals = [600, 7, 0.5, 1, 2]
fitParams, fitCovariances = curve_fit(fitFunc2, x, intensity ,
p0=init_vals , maxfev=8000)
print(fitParams)
# Messung und Fit plotten
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False, labelszize=16, titlesize = 20)
plt.rc('xtick', labelszize=16)
plt.rc('ytick', labelszize=16)
plt.plot(x, fitFunc2(x, *fitParams), label= "Theorie")
plt.plot(x[:,::3], intensity[:,::3], color='red', linestyle='None',

```

```

marker='.', label= "Messung")
plt.plot(x, beugung_spalt(x, 1.2, 4.4), label='Spalt ')
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('Fraunhofer Beugung')
plt.legend(loc='best',prop={'size ':20})

```

---

```

pix, intensity = np.loadtxt('data/aufgabe3_selbst_2',skiprows=3, unpack=True)
#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen
x = pix * (-popt[0])
# Daten plotten
plt.plot(x,intensity, color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('Abb. 1: Fraunhofer Beugung am Spalt ')

```

---

```

#Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=1 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E. ')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt ')
plt.ylim((0,1.1))

```

---

```

#—————ACTUAL DATA—————
pix2, intensity2 = np.loadtxt('data/aufgabe4_0tes_text',skiprows=3, unpack=True)
#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen
x = pix2 * (-popt[0])

```

```
# Maxima finden
y = intensity2 # y-Werte der Beugungsfunktion
from scipy.signal import find_peaks
peaks, _ = find_peaks(y) # Indizes der Maxima
x_peaks = x[peaks] # x-Werte der Maxima
y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
plt.plot(x_peaks, y_peaks, label='peaks', linestyle='None',
marker='+' )
print(y_peaks)
```

```
# Daten plotten
plt.plot(x,intensity2, color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E. ')
plt.title('durchgelassene Maxima: 0tes')
```

---

```
#Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=2 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
```

```
#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

```
y = f_modifiziert # y-Werte der Beugungsfunktion
from scipy.signal import find_peaks
```

```
peaks, _ = find_peaks(-y) # Indizes der Maxima
x_peaks = Y[peaks] # x-Werte der Maxima
y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
plt.plot(x_peaks, y_peaks, label='peaks', linestyle='None', marker='+')
print(y_peaks)
```

```
plt.plot(Y, f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt 0+1tes')
plt.ylim((0,1.1))
```

---

#———ACTUAL DATA———

```
pix2, intensity2 = np.loadtxt('data/aufgabe4_1tes_txt', skiprows=3, unpack=True)
```

```
y = intensity2 # y-Werte der Beugungsfunktion
from scipy.signal import find_peaks
peaks, _ = find_peaks(-y) # Indizes der Maxima
x_peaks = x[peaks] # x-Werte der Maxima
y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
plt.plot(x_peaks, y_peaks, label='peaks', linestyle='None', marker='+')
print(y_peaks)
```

#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen

```
x = pix2 * (-popt[0])
```

# Daten plotten

```
plt.plot(x, intensity2, color='red', linewidth=1)
```

```
plt.xlabel('x / mm')
```

```
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E.')
```

```
plt.title('durchgelassene Maxima: 0+1tes')
```

---

#Integrand

```
def spalt(k,y):
```

```
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
```

```
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
```

```
n=3 #Integrationsbereich
```

#y-Werte:

```
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
```

#Berechnung des resultierenden Objektbilds

```
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result , error = quad(spalt , 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
y = f_modifiziert # y-Werte der Beugungsfunktion
from scipy.signal import find_peaks
peaks, _ = find_peaks(-y) # Indizes der Maxima
x_peaks = Y[peaks] # x-Werte der Maxima
y_peaks = y[peaks] # y-Werte der Maxima
plt.plot(x_peaks, y_peaks, label='peaks', linestyle='None', marker='+' )
print(y_peaks)
```

#Kurve auf 1 normieren:

```
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E. ')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt 0+1+2tes ')
plt.ylim((0,1.1))
```

---

der Rest der Codes wiederholt sich nur,also wird er ausgelassen.

## Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]